POFM

Lenoir Théo

6 décembre 2025

Proposition 1.1.2.
Soit a, b, c, d, k des réels.

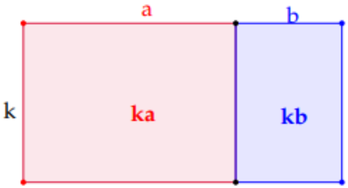
lecture gauche-droite : développement

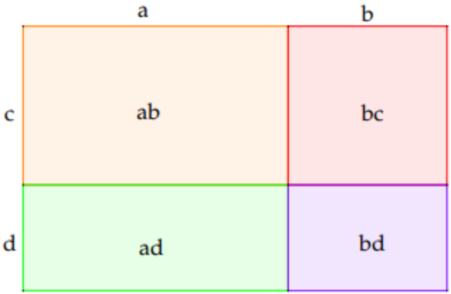
$\longrightarrow$

$k(a+b)$	$=$	$ka+kb$	*(Distributivité)*
$(a+b)(c+d)$	$=$	$ac+ad+bc+bd$	*(Identité du rectangle)*
$(a+b)^2$	$=$	$a^2+2ab+b^2$	*(Identité remarquable 1)*
$(a-b)^2$	$=$	$a^2-2ab+b^2$	*(Identité remarquable 2)*
$(a+b)(a-b)$	$=$	a^2-b^2	*(Identité remarquable 3)*

$\longleftarrow$

lecture droite-gauche : factorisation


a
b
k
ka
kb


a
b
c
ab
bc
d
ad
bd

Théorème

Soit n un entier strictement positif, a et b deux réels, on a :

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Théorème

Soit n un entier impair positif, a et b deux réels, on a :

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Théorème

Soit a, b, c, d *quatre réels. Si* $a + b = c + d$ *et* $ab = cd$, *alors* $(a, b) = (c, d)$ *ou* $(a, b) = (d, c)$.

Idée de preuve

Soit x un réel, que vaut $(x-a)(x-b)$? Que vaut $(x-c)(x-d)$?

Théorème

Soit a, b, c, d, e, f *six réels. Si*
$a+b+c=d+e+f$, $ab+bc+ac=de+ef+df$, $abc=def$
alors à permutation près $(a, b, c)=(d, e, f)$.

Dans un système d'équation cyclique, il est pertinent de regarder le maximum ou le minimum.