

Cours en ligne, Géométrie groupe C, Transformation du plan

9 novembre 2025

Le cours et les exercices sont tirés du poly de Thomas Budzinski “Transformations géométriques”.

1 Exercices

Exercice 1. (E) On considère une rivière droite de largeur L et deux points A et B de part et d'autre de cette rivière. On veut construire un pont perpendiculaire à la rivière. Où le construire pour que le trajet de A à B soit le moins long possible ?

Exercice 2. (E) On se donne un cercle Γ de rayon r , une droite (d) et une longueur $a \leq 2r$. Construire une droite parallèle à (d) qui coupe Γ en X et Y telle que $XY = a$.

Exercice 3. (E) Soit ABC un triangle avec trois angles aigus. Construire un carré qui a deux sommets sur [BC], un sur [AB] et un sur [AC].

Exercice 4. Deux cercles Γ_1 et Γ_2 sont tangents extérieurement en A, et une tangente commune extérieure est tangente à Γ_1 en B et à Γ_2 en C. Soit D le point diamétralement opposé à B dans Γ_1 . Montrer que A, C et D sont alignés.

Exercice 5. Soient ω_1 et ω_2 deux cercles tangents en un point A avec ω_2 à l'intérieur de ω_1 . Soit $B \in \omega_2$ différent de A. La tangente à ω_2 en B recoupe ω_1 en X et Y. Montrer que $\widehat{BAX} = \widehat{BAY}$.

Exercice 6. Soient ABC un triangle et Γ son cercle circonscrit. Soit Γ_A un cercle tangent à (AB) et (AC), et tangent intérieurement à Γ en un point A' . On définit de manière similaire Γ_B , B' , Γ_C et C' . Montrer que les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes.

Exercice 7. (E) Soient (Δ_1) , (Δ_2) et (Δ_3) trois droites parallèles. Construire un triangle équilatéral ayant un sommet sur chacune des trois droites.

Exercice 8. Soit ABC un triangle équilatéral et M sur son cercle circonscrit, sur l'arc entre B et C ne contenant pas A. Montrer que $MB + MC = MA$.

Exercice 9. (Théorème de Napoléon) Soient ABC un triangle et A_0 , B_0 et C_0 tels que A_0 BC, AB_0 C et ABC_0 soient équilatéraux, extérieurs à ABC. Soient A_1 , B_1 et C_1 les centres de ces triangles équilatéraux. Montrer que $A_1B_1C_1$ est équilatéral.

Exercice 10. Soit ABCD un quadrilatère, E et F sur [AD] et [BC] respectivement tels que $AE/ED = BF/F C$. Soit S = (EF) \cap (AB) et T = (EF) \cap (CD). Montrer que les cercles circonscrits aux triangles SAE, SBF , TCF et TDE sont concourants.

Exercice 11. Soit ABCDE un pentagone convexe vérifiant les relations $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAE}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{DCA} = \widehat{EDA}$. Soit P = (BD) \cap (CE). Montrer que la droite (AP) coupe le segment [CD] en son milieu.

Exercice 12. Soit ABCD un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle de centre O, P le point d'intersection des diagonales et Q le deuxième point d'intersection des cercles circonscrits aux triangles APD et BPC. Montrer que $\widehat{OQP} = 90^\circ$.