0.0.1 Petites shortlists

Problème 1. *Soit ABC un triangle acutangle, et P le point d'intersection de la bissectrice de $\widehat{BAC}$ et (BC). Soit D un point de (AB) et E un point de (AC) tels que (DE) est parallèle à (BC). Soit K et L les deux points de (PD) et (PE) respectivement tels que A, D, E, K, L sont cocycliques. Démontrer que K, L, B, C sont cocycliques.*

Problème 2. *Soit ω un cercle, A, B, C, D quatre points sur ω dans cet ordre tels que $AB = BC = CD$. La tangente à ω en C intersecte la tangente à ω en A en K et la droite (AD) en L. On note M la seconde intersection entre ω et le cercle circonscrit à AKL. Démontrer que $MA = ML$.*

Problème 3. *Soit ABC un triangle avec $AB \neq AC$. Soit D le point de la droite (BC) tel que (DA) est tangente à ABC. Soient E et F les centres des cercles circonscrits à ABD et ACD respectivement, et M le milieu du segment $[EF]$. Démontrer que la tangente à AMD en D est tangente à ABC.*

Problème 4. *Soit ABC un triangle avec $AC > BC$, ω sont cercle circonscrit dont on note r le rayon. Soit P le point de $[AC]$ tel que $BC = CP$, S le projeté orthogonal de P sur la droite (AB). La droite (BP) rencontre ω en un point D différent de P. Soit Q le point de la droite (SP) tel que $PQ = r$ et S, P, Q soient alignés dans cet ordre. Soit E le point tel que (AE) et (CQ) sont perpendiculaires, et (BE) et (DQ) aussi. Montrer que E appartient à ω*