

## GÉO TD

### Exercice 1

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$ . Soit  $M$  le milieu de  $BC$ , et soit  $P$  un point arbitraire sur le segment  $AM$ . Le symétrique de la droite  $BP$  par rapport à la droite  $AB$  coupe respectivement les droites  $AC$  et  $AM$  en  $T$  et  $Q$ . Les cercles circonscrits aux triangles  $BPQ$  et  $ABC$  se coupent de nouveau en  $F$ . Montrer que le centre du cercle circonscrit au triangle  $CFT$  appartient à la droite  $BQ$ .

### Exercice 2

Dans un triangle scalène  $ABC$ , on note  $D$  le point de tangence de le cercle inscrit avec le côté  $BC$ . Les points  $T_B$  et  $T_C$  sont les intersections des bissectrices des angles  $\angle ABC$  et  $\angle ACB$  avec le cercle circonscrit à  $ABC$ , respectivement.

Soit  $X_B$  le point opposé à  $A$  sur le cercle circonscrit au triangle  $ACD$ , et  $X_C$  le point opposé à  $A$  sur le cercle circonscrit au triangle  $ABD$ .

Montrer que les triangles  $BT_CX_C$  et  $CT_BX_B$  sont semblables.

### Exercice 3

Soit  $\triangle ABC$  un triangle acutangle et scalène, et soit  $\omega$  son cercle circonscrit. Soient  $O$  et  $H$  respectivement le centre du cercle circonscrit et l'orthocentre de  $\triangle ABC$ . Soient  $E$ ,  $F$  et  $Q$  des points situés respectivement sur les segments  $AB$ ,  $AC$  et sur le cercle  $\omega$ , tels que

$$\angle BHE = \angle CHF = \angle AQH = 90^\circ.$$

Montrer que les droites  $OQ$  et  $AH$  se coupent en un point appartenant au cercle circonscrit du triangle  $AEF$ .