

MILIEUX

Exercices

Exercice 1 (2018 Itamo)

Soit ABC un triangle acutangle, de centre de gravité G . Soit M le milieu de $[BC]$ et soit Ω le cercle de centre G et passant par M . Ω recoupe (BC) en N . Soit S le symétrique de A par rapport à N . Montrer que les droites (GS) et (BC) sont perpendiculaires.

Exercice 2 (2015 Bulgaria TST)

Soit ABC un triangle acutangle avec $AC > BC$. Soient M le milieu de AB et D le pied de la hauteur issue de C . Soit E un point de (CM) tel que $AE \perp CM$, et soit F le milieu de CD . Montrer que (FM) est tangente au cercle circonscrit à EMB .

Exercice 3 (2024 APMO)

Soit ABC un triangle, soit M le milieu du segment $[BC]$ et soit N le milieu du segment $[AM]$. On note ω le cercle passant par N et tangent à (AC) au point A . ω recoupe le segment $[AB]$ en P . Montrer que le cercle circonscrit à BPM est tangent à la droite (AM) .

Exercice 4 (2023 BMO Shortlist G2)

Soit $ABCD$ un quadrilatère inscrit dans un cercle Ω de centre O . Soient E et F les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AD]$. Soit X le point du même côté de la droite (EF) que le point C , tel que les triangles EXF et BOA sont semblables. Montrer que $XC = XD$.

Exercice 5 (2023 IMO Shortlist G1)

Soit $ABCDE$ un pentagone convexe tel que $\widehat{ABC} = \widehat{AED} = 90$. Soit Ω le cercle circonscrit à ABE et soit M le milieu du segment $[CD]$. On suppose que M est le centre de Ω . Soit O le centre du cercle circonscrit à ACD . Montrer que la droite (AO) passe par le milieu du segment $[BE]$.

Exercice 6 (2021 Brazil TST)

Soit ABC un triangle acutangle avec $AC > AB$, et soit Ω son cercle circonscrit. Soient P le milieu de l'arc BC qui ne contient pas A et Q le milieu de l'arc BC contenant A . Soit M le projeté orthogonal de Q sur (AC) . Montrer que le cercle circonscrit à AMB recoupe le segment $[AP]$ en son milieu.

Exercice 7 (2022 BMO Shortlist G2)

Soit ABC un triangle avec $AB > AC$, on note I le centre de son cercle inscrit. Soit D le point d'intersection de la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} avec le segment $[BC]$. Soit M le milieu du segment $[AD]$. Le cercle circonscrit à BIC recoupe la droite (MB) au point E . Montrer que les droites (AE) et (EC) sont perpendiculaires.