Chasse aux angles

Exercice 1
Soient Γ_1 et Γ_2 deux cercles qui se coupent en deux points distincts A et B. Une droite passant par le point A recoupe le cercle Γ_1 en un point C et le cercle Γ_2 en un point D. Une droite passant par le point B recoupe le cercle Γ_1 en un point E et le cercle Γ_2 en un point F. Montrer que les droites (CE) et (DF) sont parallèles.

Exercice 2
Soient A, B, C et D quatre points cocycliques. On note E l'intersection des droites (AB) et (CD). La tangente en D au cercle circonscrit de ADE recoupe (BC) en F . Montrer que DCF est isocèle en F

Exercice 3
Soient ω_1 et ω_2 deux cercles qui se coupent respectivement aux points P et Q. Une droite ℓ coupe les cercles ω_1 et ω_2 respectivement aux points A, C et B, D de telle sorte que les points A, B, C et D sont alignés dans cet ordre. Montrer qu'on a $\widehat{APB} = \widehat{CQD}$.

Exercice 4
(Théorème de Miquel) Soit ABC un triangle. Soient P, Q et R des points appartenant respectivement aux segments $[BC], [CA]$ et $[AB]$. Montrer que les cercles circonscrits aux triangles AQR, PRB et CQP sont concourants en un point.

Exercice 5
Soit $ABCD$ un quadrilatère cyclique. Soient A' et C' les projetés orthogonaux respectifs de points A et C sur la droite (BD). Soient B' et D' les projetés orthogonaux respectifs de points B et D sur la droite (AC). Montrer que les points A', B', C' et D' sont cocycliques.

Exercice 6
Soit ABC un triangle et O le centre de son cercle circonscrit. Soient H_B et H_C les pieds des hauteurs issues de B et C. Prouver que $(H_BH_C) \perp (AO)$.

Exercice 7
Soit $ABCD$ un rectangle, P le milieu de $[AB]$ et Q le point de $[PD]$ tel que les droites (CQ) et (PD) sont perpendiculaires. Montrer que le triangle BQC est isocèle.

Exercice 8
(Envoi Géométrie 2020-2021 P4) Soit ABC un triangle et soit Ω son cercle circonscrit. Soit P un point sur la tangente en A au cercle Ω. On note E et D les projections orthogonales de P sur les côtés AC et AB. Montrer que la droite (ED) est perpendiculaire à la droite (BC).

Exercice 9
Soit ABC un triangle aux angles aigus tel que $\widehat{BAC} = 60°$. On note O le centre du cercle circonscrit, H l'orthocentre et I le centre du cercle inscrit du triangle ABC. Montrer que B, I, O, H et C sont cocycliques.

Exercice 10
Soit ABC un triangle. Les bissectrices des angles de sommets A et B rencontrent les côtés BC et AC respectivement en D et E. Soit F la projection orthogonale de C sur BE et G la projection orthogonale de C sur AD. Montrer que (FG) et (AB) sont parallèles.