TD Cercle d'Euler

Antoine Derimay

Exercices

Exercice 1
Soit ABC un triangle, montrer que le symétrique de son orthocentre par rapport à un côté du triangle est sur son cercle circonscrit.

Exercice 2
Montrer que le centre de gravité d'un triangle est aux deux tiers de chaque médiane.

Exercice 3
Soit ABC un triangle, H son orthocentre, M le milieu de BC et A' l'antipode de A dans le cercle circonscrit de ABC. Montrer que M est le milieu de HA'.

Exercice 4
Soit ABC un triangle, M le milieu de AB et N le milieu de AC. Soit P un point de la hauteur issue de A dans ABC, Q le projeté de P sur AB et R le projeté de P sur AC. Montrer que P, Q, M, N sont cocycliques.

Exercice 5
Soit ABC un triangle, M le milieu de BC, E le pied de la hauteur issue de B, F le pied de la hauteur issue de C. Montrer que MEF est un triangle isocèle en M.

Exercice 6
On considère deux points B, C, ainsi qu'un point O sur la médiatrice de BC. Soit Γ le cercle de centre O passant par B et C. Montrer qu'il existe un cercle tel que peu importe la position d'un point A de Γ, le cercle d'Euler de ABC soit tangent à ce cercle.

Exercice 7
Soit ABC un triangle, O le centre de son cercle circonscrit et D le pied de la hauteur issue de A de ABC. Soit S l'intersection du cercle circonscrit à AOD et du cercle d'Euler (qui n'est pas D), montrer que $SB = SC$.

Exercice 8
(EGMO 2012)
Soit ABC un triangle, H son orthocentre et K un point sur l'arc BC ne contenant pas A de (ABC). On note L le symétrique de K par rapport à AB, et M celui par rapport à BC. (LBM) et (ABC) se rencontrent une deuxième fois en E. Montrer que les droites BC, EM, HK sont concourantes.

Exercice 9

Soit ABC un triangle, H son orthocentre et O le centre de son cercle circonscrit. Soit M le milieu de BC, et N le milieu de AH. La droite perpendiculaire à AM passant par N coupe AM en K, et AO en L.

1) Montrer que K est sur le cercle d'Euler de ABC.
2)(a priori, pas de rapport avec la 1)) Montrer que B, C, K, L sont cocycliques.

Exercice 10
Soit ABC un triangle non isocèle en A, D le milieu de BC et E le pied de la hauteur issue de A. La médiatrice de DE et la perpendiculaire à la bissectrice intérieure de $\widehat{BAC}$ passant par D se coupent en P.

Montrer que P est sur le cercle d'Euler de ABC.