

Cours en ligne (algèbre)

7 décembre 2024

1. Montrer que si n est un entier tel que $n \geq 2$, alors $4n^2 - 1$ n'est pas un nombre premier.
2. Soient x et y des réels non nuls tels que $x + y = 2024xy$. Calculer $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.
3. Factoriser les expressions suivantes: $a^4 - b^4$, $a^4 + a^2 + 1$ et $a^4 + 4b^4$.
4. Trouver les couples (a, b) d'entiers strictement positifs tels que $ab - a - b = 12$
5. Soit x un réel tel que $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2024}$. Calculer $x^2 + \frac{1}{x^2}$.
6. Factoriser l'expression $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.
7. Soient a, b des réels positifs tels que $\frac{a}{1+b} + \frac{b}{1+a} = 1$. Montrer que $a^3 + b^3 = a + b$
8. Trouver k tel que pour tous réels a, b, c , on ait l'égalité $(a + b)(b + c)(c + a) = (a + b + c)(ab + bc + ca) + k \times abc$.
9. Trouver les couples d'entiers positifs (m, n) tels que $2^m + 1 = n^2$
10. Montrer la propriété suivante: Soient a, b, c, d des réels. On suppose que $a + b = c + d$ et $ab = cd$. Montrer que $(a, b) = (c, d)$ ou $(a, b) = (d, c)$.
11. Trouver les réels tels que $x + \frac{1}{x} = 2$.