

TD groupe D Equations Fonctionnelles

Mano Etilé

December 2024

1 Exercices

Exercice 1

Trouver toutes les fonctions f de R dans R vérifiant :

$$f(f(x) + x + y) = f(x + y) + yf(x)$$

Exercice 2

Trouver toutes les fonctions f de R dans R vérifiant :

$$f(x + y) + y \leq f(f(f(x)))$$

Exercice 3

Trouver toutes les fonctions f de R dans R vérifiant :

$$f(y - f(x)) = f(x) - 2x + f(f(y))$$

Exercice 4

Trouver toutes les fonctions f de N^* dans N^* vérifiant :

$$f^{(n)}(n) = n + 1$$

Exercice 5

Trouver toutes les fonctions f continues monotones vérifiant $f(1) = 1$

et $f(f(x)) = f(x)^2$

Exercice 6

Trouver toutes les fonctions f de R dans R vérifiant :

$$f(x + xy) = f(x) + f(x)f(y)$$

Exercice 7

Trouver toutes les fonctions f de R dans R vérifiant :

$$\frac{f(x)+f(y)}{2} \geq f\left(\frac{x+y}{2}\right) + |x - y|$$

Exercice 8

Trouver toutes les fonctions f de R dans R vérifiant :

$$f(f(x) + y) + f(x + f(y)) = 2f(xf(y))$$

Exercice 9

Trouver toutes les fonctions f de R^{+*} dans R^{+*} vérifiant :

$$f(x)f(y) = 2f(x + yf(x))$$