

Transformation du plan - exercices

Mano Etilé

Novembre 2024

Les exercices ne sont pas en ordre de difficultés, Ceux avec des noms étant des résultats classiques.

On corrigera en priorité 1,2,4,7,9,5

1 Exercice 1

Soit A, B, C, D quatre points du plan tel que $(AB) \parallel (CD)$. Construire le centre de l'homothétie de rapport positif qui envoie A sur B et C sur D .

2 Exercice 2 (Médianes)

Soit ABC un triangle. Montrer à l'aide d'homothéties, que les trois médianes sont concourantes.

3 Exercice 3

Soit deux cercles tangents en un point B . Soit A et C sur chacun des cercles tel que la tangente en A et la tangente en C soit parallèles. Montrer que A, B, C sont alignés.

4 Exercice 4 (droite et cercle d'Euler)

Soit ABC un triangle. Soit O le centre de son cercle circonscrit, G son centre de gravité et H son orthocentre. a) Montrer que O, G, H sont alignés. b) Soit M_A, M_B, M_C les centres des côtés du triangle, H_A, H_B, H_C les trois pieds des hauteurs. Montrer que ces six points sont cocycliques.

5 Exercice 5 (théorème de Monge)

Soit C_1, C_2, C_3 trois cercles tel qu'aucun ne soit entièrement à l'intérieur d'un autre. On nomme A l'intersection des tangentes extérieures à C_1 et C_2 , B

l'intersection de celle de C_2 et C_3 et D celle de C_1 et C_3 . Montrer que A, B, D sont alignés.

6 Exercice 6 (Similarity switch)

Supposons que P soit le centre d'une similitude directe envoyant A sur A' et B sur B' . Montrer que P est aussi le centre d'une similitude directe envoyant A sur B et A' sur B'

7 Exercice 7 (Point de Miquel)

Soit A, B, C, D, E, F six points du plan tel que A, B, C sont alignés, C, D, E sont alignés, A, E, F sont alignés et B, D, F sont alignés. a) Montrer que les cercles circonscrits à BCD , CAE , DEF et ABF sont concourants en un point M . b) M est le centre de plusieurs similitudes, lesquels ?

8 Exercice 8 (Lemme du Conjugué)

Soit Γ un cercle. Soit A, B, C, D quatre points dans cet ordre sur Γ . Soit P l'intersection de (AB) et de (CD) Soit M l'intersection de (AC) et de BD . Soit M' tel que $BMC M'$ soit un parallélogramme, et M^* tel que $AMD M^*$ soit un parallélogramme. Montrer que M est le centre d'une similitude envoyant B sur D , C sur A , M' sur M et M sur M^*

9 Exercice 9 (Théorème du bocal)

Soit Γ, Γ' deux cercles tangents intérieurement en A , le premier étant à l'intérieur du second. Soit B un point sur Γ . La tangente en B coupe Γ' en C et D . Montrer que AB est la bissectrice de l'angle \widehat{CAD}

10 Exercice 10

Soit ABC un triangle, un cercle W qui contient le triangle. Soit Γ un cercle tangent intérieurement en X à W et à BA et CA . On définit de même Y pour B et Z pour C . Montrer que XA, YB, ZC sont concourantes.

Si vous avez fini, demandez-moi plus d'exercices