Transformation du plan groupe C

Mano Etilé

Novembre 2024

1 Symétrie centrale

Soit O un point du plan. La symétrie centrale de centre O est la transformation du plan qui a tout point M du plan associe un point M' tel que $\vec{OM} = -\vec{OM'}$

2 Symétrie axiale

Soit Δ une droite du plan. La symétrie axiale d'axe Δ est la transformation du plan qui à tout point M du plan associe le point M' tel que $\vec{HM} = -\vec{HM'}$ où H est le projeté orthogonal de M sur Δ

3 Translation

Soit A et B deux points du plan. La translation de vecteur $\vec{AB}$ est la transformation du plan qui a tout point M du plan associe le point M' tel que $\vec{MM'} = \vec{AB}$

4 Homothétie

Soit O un point du plan et k un réel. L'homothétie de centre O est de rapport k est la transformation du plan qui a tout point M du plan associe un point M' tel que $\vec{OM'} = k\vec{OM}$

5 Propriétés:

¤ Les translations et symétries conservent les droites, les cercles, les angles, les longueurs, les parallélismes, les perpendicularités etc...

¤ Les homothéties conservent les angles, les rapports de longueurs les parallèlismes. Les longueurs sont agrandit du facteur k de l'homothétie, les aires sont agrandis d'un facteur k^2. L'image d'une droite Δ par homothétie est parallèle à Δ.

¤ La composée de deux homothétie de rapports k_1 et k_2 et de centre O_1 et O_2 est une homothétie si $k_1 \cdot k_2 \neq 1$ dont le centre est sur la droite (O_1O_2)

¤ La composée de deux translation de vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ est une translation de vecteur $\vec{AC}$

¤ Une translation peut-être "vu" comme une homothétie depuis l'infini

6 similitudes

On appelle similitude directe toute transformation (i.e. fonction bijective dans lui-même) du plan qui conserve les angles orientés, c'est-à-dire telle que pour tous points A, B et C, si on note A, B et C leurs images, on a $(\vec{A'B'}, \vec{A'C'}) = (\vec{AB}, \vec{AC})$.

¤ Il existe une unique similitude qui envoie le couple de points (A, B) sur le couple de points (C, D)

¤ Soient A, B, A et B supposés en position générale (un couple ne peut être obtenu à partir de l'autre par translation ou homothétie). Soit P le point d'intersection de (AA) et (BB). Soit C_1 et C_2 les cercles circonscrits à PAB et PAB et Q leur deuxième point d'intersection. Alors, Q est le centre de la similitude envoyant A et B sur A et B