Géométrie A (Chasse aux angles)

11 Novembre

Exercice 1. Soit ABC un triangle, on note H son orthocentre, et H_A, H_B, H_C le pied des hauteurs issues de A, B, C respectivement. Montrer que B, C, H_B, H_C sont cocycliques, et que A, H_B, H_C, H sont cocycliques.

Exercice 2. Soit ABC un triangle, on note D l'intersection des tangentes au cercles circonscrit de ABC en B et C. Si $\widehat{ABC} = 42°$ et $\widehat{BCA} = 63°$, que vaut $\widehat{BDC}$?

Exercice 3. Soit ABC un triangle, O le centre du cercle circonscrit à ABC, et H son orthocentre. Si $\widehat{ABC} = 42°$ et $\widehat{ACB} = 65°$, que vaut $\widehat{BAO}$?

Exercice 4. (Miquel)
1) Soit ABC un triangle, et D, E, F des points sur chacun des côtés du triangle.
Montrer que les cercles circonscrits aux triangles AEF, BDF, CDE sont concourants.
2) *Montrer* que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
3) Soit ABC un triangle, et X un point de $[BC]$. Un cercle passant par A et X coupe AC en Y et AB en Z.
Montrer que les cercles circonscrits à CXY et BXZ sont tangents.

Exercice 5. (Pôle Sud)
1) Soit ABC un triangle, et S l'intersection de la bissectrice intérieure issue de A et du cercle circonscrit de ABC est sur la médiatrice de BC.

Exercice 6. Soit ABC un triangle avec $\widehat{BAC} = 60$, et O, I, H le centre du cercle circonscrit, le centre du cercle inscrit et l'orthocentre de ABC respectivement.
Montrer que B, C, O, I, H sont cocycliques, puis montrer que OIH est isocèle.

Exercice 7. Soit A un point sur un cercle de centre O. Sur la tangente en A on pose deux points B, C tels que C soit entre A et B. BD et CE sont les tangentes au cercle passant par B et C, avec D et E les points de tangence.
Montrer que $\widehat{DAE} = \widehat{BOC}$.

Exercice 8. Soient B, C deux points d'un cercle Γ, et A le milieu de l'arc BC. On prend D, E deux autres points de Γ, et on pose F, G les intersections de AD et AE avec BC.
Montrer que D, E, F, G sont cocycliques.

Exercice 9. Soit ABC un triangle, montrer que le symétrique de son orthocentre par rapport à un côté du triangle est sur son cercle circonscrit.

Exercice 10. On prend un demi-cercle de diamètre AB et C, D sur ce demi-cercle.
On pose S l'intersection de AC et BD, et T le projeté de S sur AB.

Montrer que TS est la bissectrice de $\widehat{CTD}$.