

# Tour 1 coupe Animath juin 2022

## 1 Sujet Junior

**Exercice 1.** Martin et Élodie doivent tous les deux calculer  $8 - (2 + 5)$ . Elodie obtient la bonne réponse  $E$ . Martin oublie de prendre en compte les parenthèses et calcule (correctement)  $8 - 2 + 5$  et obtient la réponse  $M$ . Que vaut  $M - E$  ?

**Exercice 2.** Quatre élèves passent un examen noté sur 20. Si les notes des trois premiers sont 12, 15 et 17 et que la moyenne des quatre notes est de 14, quelle est la note du quatrième élève ?

**Exercice 3.** Félix prépare une limonade pour laquelle il utilise quatre fois plus d'eau que de sucre et deux fois plus de sucre que de jus de citron. Il a utilisé trois verres de jus de citron. Combien a-t-il utilisé de verres d'eau ?

**Exercice 4.** Pour carreler une pièce de 16m de long et 8m de large, Baptiste dispose de carreaux carrés de 80cm de côté. De combien de carreaux a-t-il besoin s'il veut carreler l'ensemble de la pièce ?

**Exercice 5.** Soit  $ABC$  un triangle dans lequel  $AB < AC$  et tel que  $\widehat{BCA} = 71^\circ$  soit  $D$  un point de  $[AC]$  tel que  $DC = DB$ . Quelle est la mesure (en degrés) de l'angle  $\widehat{ADB}$  ?

**Exercice 6.** Un carré de côté 400 est découpé en  $400^2$  petits carrés de côté 1. Ysaline choisit une grande diagonale et colorie en noir tous les carrés situés sur la diagonale et tous les carrés situés en-dessous d'un carré situé sur la diagonale. Combien de carrés a-t-elle coloriés ?

**Exercice 7.** On a tracé un rectangle de longueur 8 et de largeur 6 puis on a tracé le cercle passant par les quatre sommets du rectangle. Combien vaut le diamètre du cercle ?

**Exercice 8.** La fraction  $\frac{435}{434} - \frac{434}{435}$  s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible  $a/b$ . Que vaut  $a$  ?

**Exercice 9.** Combien de triplets  $(a, b, c)$  d'entiers strictement positifs vérifient  $a < b < c$  et  $abc = 100$  ?

**Exercice 10.** Savinien possède 56 chaussettes noires, 63 chaussettes jaunes et 74 chaussettes rouges. Toutes les chaussettes se trouvent dans un même tiroir. Combien de chaussettes doit-il prendre au minimum s'il veut être sûr d'avoir deux chaussettes de couleurs différentes ?

**Exercice 11.** Combien y a-t-il de carrés parfaits compris entre 1 et 1000 (inclus) ?

**Exercice 12.** Quel est le plus petit entier strictement positif qui soit multiple de tous les entiers compris entre 1 et 8 (inclus) ?

**Exercice 13.** On trace 46 droites distinctes dans un plan. Combien de régions délimitent-elles au minimum ?

**Exercice 14.** Combien d'entiers compris entre  $2^{10}$  et  $2^{14}$  (inclus) sont divisibles par  $2^{10}$  ?

**Exercice 15.** Soit  $ABCD$  un rectangle tel que  $AD = 6$  et  $AB = 5$ . Soit  $E$  un point de la demi-droite  $[BC)$  tel que l'aire du triangle  $DCE$  soit égale à l'aire du rectangle  $ABCD$ . Que vaut la longueur  $DE$  ?

**Exercice 16.** Le nombre  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{5} \times \dots \times \frac{20}{22}$  s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible  $a/b$ . Que vaut  $a + b$  ?

**Exercice 17.** Soit  $ABCD$  un losange de périmètre 52. La longueur de la diagonale  $AC$  est 24. Que vaut l'aire du losange ?

**Exercice 18.** Quelle est la somme des entiers compris entre 1 et 80 et multiples de 7 et/ou de 11 ?

**Exercice 19.** Soit  $ABCD$  un carré. Soit  $E$  un point sur le segment  $[AD]$ . Soit  $F$  un point tel que  $ED = DF$ . On suppose de plus que le triangle  $EDF$  admet un angle obtus en  $D$  et que  $\widehat{CDF} = 117^\circ$ . La mesure en degré de l'angle  $\widehat{AEF}$  s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible  $a/b$ . Que vaut  $a + b$  ?

**Exercice 20.** Dans un train contenant 19 wagons, il y a 275 passagers. Si on choisit 3 wagons consécutifs, on compte toujours 43 passagers au total dans les trois wagons. Combien y a-t-il de passagers dans le septième wagon ?

**Exercice 21.** Soit  $ABC$  un triangle équilatéral d'aire  $75\sqrt{3}$ . Soient  $E$  et  $D$  des points sur la droite  $(BC)$  de sorte que  $E, B, C$  et  $D$  soient alignés dans cet ordre et  $EB = CD$ . On suppose que l'aire de  $ADE$  vaut 900. Que vaut la longueur  $DE$  ?

**Exercice 22.** On se donne quatre entiers positifs. On en choisit trois dont on calcule la moyenne et on ajoute le quatrième entier au résultat. Ceci peut être fait de quatre façons différentes. Les quatre résultats obtenus sont 18, 24, 26 et 28. Quel est le plus grand des quatre entiers ?

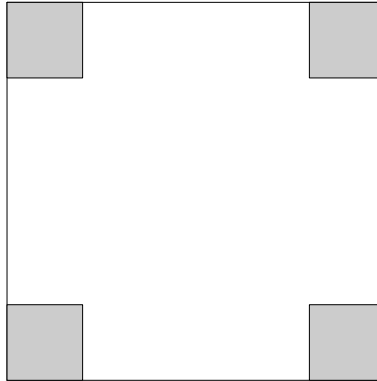
**Exercice 23.** Aurélien, Baptiste, Émile et Maena désirent se partager une pizza prédécoupée en 12 morceaux, de telle sorte que chaque personne ait au moins une part. Combien de telles répartitions sont possibles ? (Deux répartitions sont considérées comme différentes si au moins une personne ne reçoit pas le même nombre de parts de pizza dans les deux répartitions)

**Exercice 24.** Les réels  $x$  et  $y$  vérifient  $x + y = 15$  et  $xy = -23$ . Le nombre

$$x - \frac{y}{x} - \frac{x}{y} + y$$

s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible  $a/b$ . Que vaut  $a + b$  ?

**Exercice 25.** Un carré  $ABCD$  fait 5 centimètres de côté et on lui retire sur chaque coin un carré d'un centimètre de côté. Quelle est l'aire du plus grand carré que l'on peut placer à l'intérieur de la partie restante ?



## 2 Réponses Junior

1. 10
2. 12
3. 24
4. 200
5. 142
6. 799
7. 10
8. 869
9. 4
10. 75
11. 31
12. 840
13. 47
14. 16
15. 13
16. 232
17. 120
18. 693
19. 335
20. 17
21. 120
22. 18
23. 165
24. 639
25. 15

### 3 Sujet Senior

**Exercice 1.** Quatre élèves passent un examen noté sur 20. Si les notes des trois premiers sont 12, 15 et 17 et que la moyenne des quatre notes est de 14, quelle est la note du quatrième élève ?

**Exercice 2.** Un parallélépipède rectangle a pour longueur 7, pour largeur 6 et pour hauteur 5. Elodie écrit au tableau la valeur numérique de la somme des longueurs de ses arêtes, la somme des aires de ses faces ainsi que son volume. Quelle est la somme des trois nombres écrits au tableau ?

**Exercice 3.** Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  et soient  $A$  et  $B$  deux points de  $\mathcal{C}$ . On suppose que  $\widehat{ABO} = 47^\circ$ . Que vaut en degrés la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  ?

**Exercice 4.** Les angles aigus d'un triangle rectangle ont pour mesure (en degrés)  $a$  et  $b$  avec  $a > b$ . On sait également que  $a$  et  $b$  sont des nombres premiers. Quelle est la plus grande valeur que peut prendre  $a$  ?

**Exercice 5.** Savinien possède 56 chaussettes noires, 63 chaussettes jaunes et 74 chaussettes rouges. Toutes les chaussettes se trouvent dans un même tiroir. Combien de chaussettes doit-il prendre au minimum s'il veut être sûr d'avoir deux chaussettes de couleurs différentes ?

**Exercice 6.** La somme de six entiers consécutifs vaut 2031. Que vaut le plus grand de ces entiers ?

**Exercice 7.** Rémi choisit un nombre positif  $x$ , le met au carré et lui soustrait  $x$ . Il obtient 110. Que vaut  $x + 4$  ?

**Exercice 8.** Un grand cube formé de 1000 petits cubes est posé sur une table. Combien de ces petits cubes ont au moins une face visible ? (Les faces en contact avec la table ne sont pas visibles)

**Exercice 9.** Combien d'entiers compris entre  $2^{10}$  et  $2^{14}$  (inclus) sont divisibles par  $2^{10}$  ?

**Exercice 10.** Quel est le plus petit entier positif qui soit multiple de tous les entiers compris entre 1 et 8 (inclus) ?

**Exercice 11.** Soit  $ABCD$  un rectangle tel que  $AD = 6$  et  $AB = 5$ . Soit  $E$  un point de la demi-droite  $[BC)$  tel que l'aire du triangle  $DCE$  soit égale à l'aire du rectangle  $ABCD$ . Que vaut la longueur  $DE$  ?

**Exercice 12.** Soit  $n = 8^{296}$ . Le nombre  $n/4$  peut s'écrire sous la forme  $4^a$ . Que vaut  $a$  ?

**Exercice 13.** Quelle est la somme des entiers compris entre 1 et 80 et multiples de 7 et/ou de 11 ?

**Exercice 14.** Soit  $ABCD$  un losange de périmètre 52. La longueur de la diagonale  $AC$  est 24. Que vaut l'aire du losange ?

**Exercice 15.** Combien d'entiers compris entre 2022 et 2700 possèdent 4 chiffres distincts formant une suite strictement croissante lorsqu'ils sont lus de gauche à droite ?

**Exercice 16.** Le nombre

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{432}\right)$$

s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible  $a/b$ . Que vaut  $a + b$  ?

**Exercice 17.** Dans un train contenant 19 wagons, il y a 275 passagers. Si on choisit 3 wagons consécutifs, on compte toujours 43 passagers au total dans les trois wagons. Combien y a-t-il de passagers dans le septième wagon ?

**Exercice 18.** Soit  $ABC$  un triangle équilatéral d'aire  $75\sqrt{3}$ . Soient  $E$  et  $D$  des points sur la droite  $(BC)$  de sorte que  $E, B, C$  et  $D$  soient alignés dans cet ordre et  $EB = CD$ . On suppose que l'aire de  $ADE$  vaut 900. Que vaut la longueur  $DE$  ?

**Exercice 19.** On se donne quatre entiers positifs. On en choisit trois dont on calcule la moyenne et on ajoute le quatrième entier au résultat, ce qui peut être fait de quatre façons différentes. Les quatre résultats obtenus sont 18, 24, 26 et 28. Quel est le plus grand des quatre entiers ?

**Exercice 20.** Quel est le plus petit entier qu'on peut exprimer de deux manières comme la somme de trois carrés d'entiers strictement positifs distincts ?

**Exercice 21.** Soit  $a, b$  et  $c$  des entiers strictement supérieurs à 1 tels que pour tout entier  $N$  :

$$\sqrt[a]{N \sqrt[b]{N \sqrt[c]{N}}} = \sqrt[36]{N^{25}}$$

Que vaut  $a^2 + b^2 + c^2$  ?

**Exercice 22.** Soit  $ABCD$  un carré,  $E$  le milieu de  $[DC]$  et  $F$  le point d'intersection des droites  $(AC)$  et  $(BE)$ . Si l'aire du quadrilatère  $AFED$  vaut 45, que vaut l'aire du carré  $ABCD$  ?

**Exercice 23.** Un parallélépipède rectangle possède la propriété suivante : la somme des aires de ses faces vaut 94 tandis que la somme des longueurs de ses arêtes vaut 48. La longueur d'une de ses grandes diagonales s'écrit sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $b$  un entier qui n'est pas divisible par le carré d'un entier différent de 1. Que vaut  $a^2 + 3b$  ?

**Exercice 24.** On considère une rangée de neuf cases coloriées alternativement en noir et blanc. On souhaite disposer sur cette rangée deux pions rouges, quatre pions jaunes, deux pions bleus et un pion vert. On souhaite de plus que les pions soient sur des cases deux à deux distinctes, que les pions bleus soient sur deux cases de couleur différente et que le pion vert soit situé entre les pions rouges (sans forcément être adjacent à l'un des deux pions rouges). Combien y a-t-il de telles dispositions ?

**Exercice 25.** Soit  $ABCD$  un trapèze isocèle, avec  $AB = CD$ . Soit  $E$  le milieu du segment  $[AB]$ . On suppose que  $AE = 22$ . Si le triangle  $DCE$  est rectangle en  $E$ , quel est le périmètre de  $ABCD$  ?

## 4 Réponses Senior

1. 12
2. 496
3. 86
4. 83
5. 75
6. 341
7. 15
8. 424
9. 16
10. 840
11. 13
12. 443
13. 693
14. 120
15. 34
16. 435
17. 17
18. 120
19. 18
20. 62
21. 49
22. 108
23. 31
24. 700
25. 132