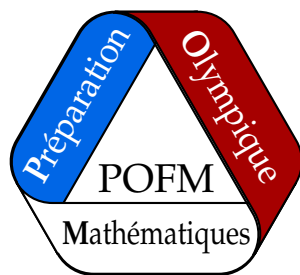


PRÉPARATION OLYMPIQUE FRANÇAISE DE MATHÉMATIQUES



TEST DU 23 MARS 2022

DURÉE : 4H

Instructions

- ▷ **Rédigez les différents problèmes sur des copies distinctes. Sur chaque copie, écrivez en haut à gauche votre nom en majuscules, votre prénom en minuscules. Écrivez votre classe et le numéro du problème traité en haut à droite.**
- ▷ Le **groupe Junior** est constitué des élèves nés en 2007 ou après. Ces élèves doivent traiter les exercices 1 à 4.
- ▷ Le **groupe Senior** est constitué des élèves nés en 2006 ou avant. Ces élèves doivent traiter les exercices 5 à 7.
- ▷ On demande des solutions **complètement rédigées**, où toute affirmation est soigneusement **justifiée**. La notation tiendra compte de la **clarté** et de la **précision** de la copie.
Travaillez d'abord au brouillon, et rédigez ensuite au propre votre solution, ou une tentative, rédigée, de solution contenant des résultats significatifs pour le problème.
Ne rendez pas vos brouillons : ils ne seraient pas pris en compte.
- ▷ Une solution complète rapportera plus de points que plusieurs tentatives inachevées. Il vaut mieux terminer un petit nombre de problèmes que de tous les aborder.
- ▷ Règles, équerres et compas sont autorisés. Les rapporteurs sont interdits. Les calculatrices sont interdites, ainsi que tous les instruments électroniques.

Chaque exercice est noté sur 7 points.

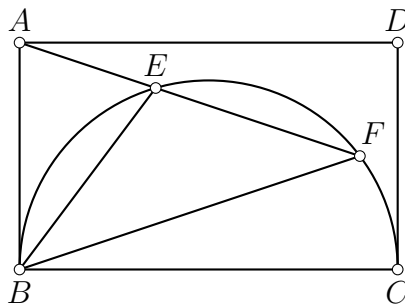
Énoncés Junior

Exercice 1. Soit $ABCD$ un rectangle. Soit ω le demi-cercle de diamètre $[BC]$, de sorte que le point A et le demi-cercle ω sont situés du même côté par rapport au segment $[BC]$. Le cercle de centre B et de rayon AB recoupe le demi-cercle ω au point E . La droite (AE) recoupe le demi-cercle ω au point F . Montrer que $AF = BF$.

Solution de l'exercice 1 Tout d'abord, l'énoncé nous indique que $BA = BE$, de sorte que le triangle ABE est isocèle en B . En outre, puisque (AB) est tangente à ω , on sait que

$$\widehat{EBA} = \widehat{EFB} = \widehat{AFB}.$$

Comme les triangles ABE et AFB ont l'angle \widehat{BAE} en commun, ils sont donc semblables. En particulier, AFB est isocèle en F , ce qui signifie comme souhaité que $AF = BF$.



Commentaire des correcteurs L'exercice est dans l'ensemble bien résolu. Toutefois, beaucoup d'élèves se sont lancés dans de grandes chasses aux angles, en introduisant beaucoup de notations et de nouveaux points. Comme le suggère le corrigé, cela n'était pas nécessaire. Systématiquement, les égalités obtenues autour de l'introduction du centre de ω pouvaient être retrouvées en une ligne en invoquant le théorème de l'angle inscrit ou le théorème de l'angle tangentiel, puisque (AB) est tangent au cercle ω .

Certaines tentatives consistaient à regarder les symétries de la figure. Il s'agissait d'un jeu dangereux puisque, la figure semblant symétrique, on pouvait rapidement affirmer que F était sur la médiatrice de $[AB]$ alors que cela était équivalent à l'énoncé. Pour ne pas tomber dans ce piège, l'étape de relecture est très importante et permet de regarder si toutes les hypothèses de l'énoncé ont bien été utilisées. Bien souvent, les tentatives infructueuses n'utilisaient tout simplement pas le point E .

Exercice 2. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 3. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 4. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Énoncés Senior

Exercice 5. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 6. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 7. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**