# Transformations géométriques

April 20, 2021

## Translations

**Exercise 1.** .

1. Une rivière est délimitée par deux doites parallèles. Où placer un pont, perpendiculaire à la rivière, tel que cela minimise la distance entre deux villes A et B situé de chaque coté de la rivière.

2. Comment faire si plusieurs rivières séparent ces deux villes?

**Exercise 2.** Soient deux cercles $S_1, S_2$, une droite $(l)$ et une distance $a > 0$. Construire un segment $[AB]$ tel que $A \in S_1$, $B \in S_2$, $(AB) \parallel (l)$ et $AB = a$.

**Exercise 3.** Soit deux droites $(l_1)$, $(l_2)$ et une distance $a > 0$.

1. Trouver tous les points $M$ tel que la somme des distances de $M$ à $(l_1)$ et de $M$ à $(l_2)$ soit égale à $a$.

2. Trouver tous les points $M$ tel que la différence des distances de $M$ à $(l_1)$ et de $M$ à $(l_2)$ soit égale à $a$.

**Exercise 4.** Soit $S_1$ et $S_2$ deux cercles, $(l_1)$ une droite, $a > 0$ une distance et $A$ un point.

1. Tracer $(l) \parallel (l_1)$ telle que la longueur des cordes de $S_1$ et $S_2$ coupées par $(l)$ soient égales.

2. Tracer $(l) \parallel (l_1)$ telle que la somme des longueurs des cordes de $S_1$ et $S_2$ coupées par $(l)$ soit égale à $a$.

3. Tracer $(l)$ passant par $A$ telle que la longueur des cordes de $S_1$ et $S_2$ coupées par $(l)$ soient égales.

**Exercise 5.** Soit $S$ un cercle, $AB$ et $CD$ deux cordes du cercle et $a > 0$ une distance. Soit $X$ sur le cercle, $(AX)$ et $(BX)$ intersecte $(CD)$ en $E$ et $F$. Trouver $X$ tel que $EF = a$.

## Symmétries centrales

**Exercise 6.** Soit $S$ un cercle, $(l)$ une droite et $A$ un point. Trouver $B \in S$, $C \in (l)$ tel que $A$ soit le milieu de $BC$.

**Exercise 7.** Soit $ABCD$ un quadrilatère et $M, N, P, Q$ les milieux de respectivement $[AB], [BC], [CD]$ et $[DA]$. Montrer que $M, N, P, Q$ est un parallélogramme.

**Exercise 8.** Soit $M_1, \cdots, M_n$ des points du plan.

1. Si $n$ est impaire, trouver un polygone à $n$ côtés tel que $M_1, \cdots, M_n$ soient les milieux de ces côtés.
2. Traité le cas si $n$ est paire.

**Exercise 9.** Soit $S_1$ et $S_2$ deux cercles s'intersectant en $A$ et $a > 0$ une distance,

1. Trouver une droite $(l)$ passant par $A$ telle que les cordes dans $S_1$ et $S_2$ coupé par $(l)$ soient de même longueurs. (même qu'un exercice précédemment mais plus simple)
2. Trouver une droite $(l)$ passant par $A$ telle que la différence des cordes dans $S_1$ et $S_2$ coupé par $(l)$ soit égale à $a$.

**Exercise 10.** Soit $S$ un cercle, $AB$ et $CD$ deux cordes du cercle et $J$ sur $[CD]$. Soit $X$ sur le cercle, $(AX)$ et $(BX)$ intersecte $(CD)$ en $E$ et $F$. Trouver $X$ tel que $J$ soit le milieu de $[EF]$.

## Rotations

**Exercise 11.** Soient deux droites $(l_1)$ et $(l_2)$, $A$ un point et $\alpha$ un angle. Tracer un cercle autour de $A$ tel que les points d'intersections $B, C$ du cercle avec $(l_1)$ et $(l_2)$ forment un angle $\widehat{BAC} = \alpha$.

**Exercise 12.** Soient trois droites parallèles $(l_1)$, $(l_2)$ et $(l_3)$, Trouver $A \in (l_1)$, $B \in (l_2)$ et $C \in (l_3)$ tels que $ABC$ soit un triangle équilatérale.

**Exercise 13.** Soient deux cercles $S_1$ et $S_2$, $A$ un point et $\alpha$ un angle. Tracer deux droites $(l_1)$ et $(l_2)$ issues de $A$ telles que $(l_1)$ et $(l_2)$ forment un angle $\alpha$ et coupent respectivement $S_1$ et $S_2$ en des cordes de longueurs égales.

**Exercise 14.** Soit $ABC$ un triangle et $A', B', C'$ trois points tels que $A'BC$, $ACB'$ et $ABC'$ soient des triangles équilatérales à l'extérieur de $ABC$. Montrer que les centres de ces triangles $O_1, O_2, O_3$ forment un triangle équilatérale.

**Exercise 15.** Soit $ABCD$ un quadrilatère (convexe). Soient $M_1, \cdots, M_4$ quatres points tel que $ABM_1, BCM_2, CDM_3, ADM_4$ sont des triangles équilatérales. Le première et troisième tourné vers l'extérieur du quadrilatère, le deuxième et de dernière vers l'intérieur. Montrer que $M_1, M_2, M_3, M_4$ forme un parallélogramme.

## Symmétries axiales

**Exercise 16.** Soient $(d)$ une droite et $A, B$ deux points situés du même coté de la droite.

1. Trouver $X \in (d)$ tel que l'angle entre $(XA)$ et $(d)$ soit égale à l'angle entre $(XB)$ et $(d)$.

2. Trouver $X \in (d)$ tel que l'angle entre $(XA)$ et $(d)$ soit égale à deux fois l'angle entre $(XB)$ et $(d)$.

**Exercise 17.** Soit $[AB]$ un segment, $h > 0$ une longueur et $\gamma$ un angle. Construire un triangle de hauteur $h$ dont la base est $[AB]$ et dont la différence des angles à la base est égale à $\gamma$.

**Exercise 18.** Construire un quadrilatère $ABCD$ dont les longueurs des cotés sont connus et tel que $(AC)$ soit la bissectrice de $\widehat{BAD}$.

**Exercise 19.** Une table de billard est délimitée par $n$ droites $(l_1), \cdots, (l_n)$ soient deux points $A$ et $B$ sur le billard.

1. À partir de $A$, dans quelle direction doit-on tirer une boule tel qu'elle rebondisse succésivement sur $(l_1), \cdots, (l_n)$ avant d'arriver sur $B$?

2. Dans le cas $n = 4$ avec un rectangle et $A = B$, montrer le chemin parcours par la boule est alors égale à la somme des diagonales du rectangle.

**Exercise 20.** Montrer que si un polygone à plusieurs axes de symmétries, ils se rencontent tous en un point.