

Géométrie groupe A: Puissance d'un point

March 6, 2021

1 Cours

2 Exercices

Exercice 1. Deux cercles Γ_1 et Γ_2 se coupent en A et B . Une tangente commune à ces deux cercles les coupe respectivement en C et D . Montrer que (AB) coupe $[CD]$ en son milieu.

Exercice 2. Soit ABC un triangle acutangle. La perpendiculaire à (AC) passant par B coupe le cercle de diamètre $[AC]$ en P et Q , et la droite perpendiculaire à (AB) passant par C coupe le cercle de diamètre $[AB]$ en R et S . Montrons que P, Q, R, S sont cocycliques.

Exercice 3. Soit ABC un triangle et D le pied de la bissectrice. On note E le second point d'intersection du cercle circonscrit issue de B . du triangle de BDC avec (AB) et F le second point d'intersection du cercle circonscrit du triangle ABD avec (BC) . Montrons que $AE = CF$.

Exercice 4. Soit ABC un triangle, et H son orthocentre. Soit M un point de (CA) , et N un point de (AB) . Les cercles de diamètres $[BM]$ et $[CN]$ se coupent en P et Q . Montrer que P, Q et H sont alignés.

Exercice 5. Soit ABC un triangle isocèle en B . Les tangentes en A et B au cercle circonscrit Γ de ABC se coupent en D . Soit E le second point d'intersection de (DC) avec Γ . Prouver que (AE) coupe $[DB]$ en son milieu.

Exercice 6. : Un cercle coupe les trois côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$ d'un triangle équilatéral ABC chacun en deux points, comme sur la figure ci-dessous. Montrer que la somme des longueurs des trois segments en gras est égale à la somme des trois segments en pointillés.

Exercice 7. Soient A, B, C et D quatre points distincts alignés dans cet ordre. Soient Γ_1 et Γ_2 Les cercles de diamètres respectifs $[AC]$ et $[BD]$, qui s'intersectent en X et Y . On considère O un point arbitraire sur (XY) qui ne soit pas sur la droite originelle. (CO) recoupe Γ_1 en M , (BO) recoupe Γ_2 en N . Montrer que $(AM), (DN)$ et (XY) sont concourantes.