# POFM

Lenoir Théo

7 décembre 2020

**Proposition 1.1.2.**
Soit $a$, $b$, $c$, $d$, $k$ des réels.

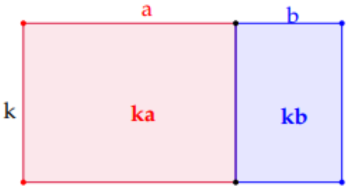
*lecture gauche-droite : développement*

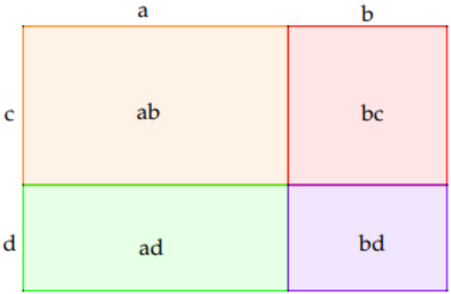
$\longrightarrow$

$$
\begin{array}{rcl|r}
k(a+b) & = & ka+kb & \text{(Distributivité)} \\
(a+b)(c+d) & = & ac+ad+bc+bd & \text{(Identité du rectangle)} \\
\hline\hline
(a+b)^2 & = & a^2+2ab+b^2 & \text{(Identité remarquable 1)} \\
(a-b)^2 & = & a^2-2ab+b^2 & \text{(Identité remarquable 2)} \\
(a+b)(a-b) & = & a^2-b^2 & \text{(Identité remarquable 3)}
\end{array}
$$

$\longleftarrow$

*lecture droite-gauche : factorisation*


a
b
k
ka
kb


a
b
c
ab
bc
d
ad
bd

### Théorème

*Soit $n$ un entier strictement positif, $a$ et $b$ deux réels, on a :*

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

## Théorème

*Soit $n$ un entier impair positif, $a$ et $b$ deux réels, on a :*

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

**Théorème**

*Soit $a, b, c, d$ quatre réels. Si $a+b=c+d$ et $ab=cd$, alors $(a,b)=(c,d)$ ou $(a,b)=(d,c)$.*

# Idée de preuve

Soit $x$ un réel, que vaut $(x - a)(x - b)$ ? Que vaut $(x - c)(x - d)$ ?

**Théorème**

*Soit* $a, b, c, d, e, f$ *six réels. Si*
$a + b + c = d + e + f, ab + bc + ac = de + ef + df, abc = def$
*alors à permutation près* $(a, b, c) = (d, e, f)$.

Dans un système d'équation cyclique, il est pertinent de regarder le maximum ou le minimum.