

Exercices équations fonctionnelles. Groupe B

December 5, 2020

Manipuler les équations fonctionnelles.

Exercice 1. Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$f(x + y) = f(x) - f(y).$$

Exercice 2. Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y.$$

Exercice 3. Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$f(x^2 - y^2) = (x - y)(f(x) - f(y)).$$

Exercice 4. Déterminer les fonctions de $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ telles que

$$f(f(x)) = x + 1$$

Fonctions injectives/surjectives/bijectives.

Exercice 5. Pour les solutions des équations fonctionnelles ci dessous lesquelles sont injectives ou surjectives.

1. $f(f(x) - 1) = x + 1.$

2. $f(2x + f(3y)) = f(x) + y^5.$

3. $f(f(x) - f(y)) = xf(x - y).$

4. $f(f(x) + f(y)) - f(f(x) - f(y)) = 2x + 3y.$

Exercice 6. Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que :

$$f(f(x + 1) + y - 1) = f(x) + y.$$

Exercice 7. Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$f(f(f(x))) + f(f(y)) = f(y) + x.$$

Exercice 8. Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$$f(f(x)f(y)) = f(x)y.$$

Equations de Cauchy.