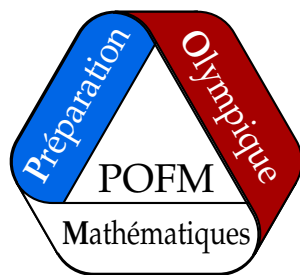


PRÉPARATION OLYMPIQUE FRANÇAISE DE MATHÉMATIQUES



TEST DU 6 MAI 2020

DURÉE : 4H

Instructions

- ▷ Rédigez les différents problèmes sur des copies distinctes. Sur chaque copie, écrivez en haut à gauche votre nom en majuscules, votre prénom en minuscules. Écrivez votre classe et le numéro du problème traité en haut à droite.
- ▷ Merci de respecter **impérativement** la numérotation des exercices.
- ▷ Le **groupe Junior** est constitué des élèves nés en 2005 ou après. Ces élèves doivent traiter les exercices 1 à 4.
- ▷ Le **groupe Senior** est constitué des élèves nés en 2004 ou avant. Ces élèves doivent traiter les exercices 5 à 7.
- ▷ On demande des solutions **complètement rédigées**, où toute affirmation est soigneusement **justifiée**. La notation tiendra compte de la **clarté** et de la **précision** de la copie. Travaillez d'abord au brouillon, et rédigez ensuite au propre votre solution, ou une tentative, rédigée, de solution contenant des résultats significatifs pour le problème. Ne rendez pas vos brouillons : ils ne seraient pas pris en compte.
- ▷ Une solution complète rapportera plus de points que plusieurs tentatives inachevées. Il vaut mieux terminer un petit nombre de problèmes que de tous les aborder.
- ▷ Règles, équerres et compas sont autorisés. Les rapporteurs sont interdits. Les calculatrices sont interdites, ainsi que tous les instruments électroniques.
- ▷ Dans le cas d'un exercice de géométrie, faire une (voire plusieurs) figure sur une feuille blanche séparée. Cette figure devra être propre, grande, et la propriété que l'on cherche à démontrer devra être apparente : par exemple, s'il faut démontrer que des points sont alignés (ou cocycliques), il faut tracer la droite (ou le cercle) qui passe par ces points.
- ▷ Le respect de la consigne précédente rapportera automatiquement un point. Si elle n'est pas respectée, la copie ne sera pas corrigée.

Chaque exercice est noté sur 7 points.

Après l'épreuve, merci de renvoyer les copies par voie électronique via le formulaire de dépôt disponible à l'adresse suivante :

<https://sites.google.com/view/pofm-depotdescopies/accueil>

Exercices Junior

Exercice 1. Soit x et y deux nombres réels. On pose

$$M = \max\{xy + 1, xy - x - y + 3, -2xy + x + y + 2\}.$$

Démontrer que $M \geq 2$, et déterminer les cas d'égalité.

Exercice 2. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 3. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 4. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercices Senior

Exercice 5. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 6. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**

Exercice 7. **Cet exercice ne doit pas être diffusé.**