

Éliminatoires coupe Animath 2015

Questionnaire lycéens

Les exercices ne sont pas classés par ordre de difficulté.

Exercice 1. Soient a, b, c trois nombres réels tels que $a^2 + b^2 + c^2 = 8$, $a + b + c = 4$ et $abc = 1$. Calculer $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Exercice 2. Soient x et y des nombres réels tels que $x^2 - 200x + y^2 + 10000 = 0$. Calculer $x + y$.

Exercice 3. a et b sont des entiers tels que $(a + b\sqrt{2})^2 = 41 + 24\sqrt{2}$. Déterminer la valeur de $a^2 + b^2$.

Exercice 4. Une grille est formée de 5 droites horizontales et 6 droites verticales. Déterminer le nombre de rectangles dont chacun des côtés est inclus dans l'une de ces droites.

Exercice 5. On donne 20 points dans le plan, trois à trois non alignés. Combien de triangles dont les sommets figurent parmi ces 20 points peut-on former ?

Exercice 6. Dans un tiroir se trouvent 5 paires de chaussettes distinctes. On tire quatre chaussettes au hasard. La probabilité de tirer deux paires est égale à une chance sur n . Déterminer la valeur de n .

Exercice 7. Déterminer le plus petit entier n dont le chiffre des unités est 5, tel que \sqrt{n} est un entier dont la somme des chiffres vaut 9.

Exercice 8. Combien y a-t-il de multiples de 3 compris entre 1 et 2015 dont le chiffre des unités dans l'écriture décimale est un 2 ?

Exercice 9. Le nombre 6 a 4 diviseurs : 1, 2, 3 et 6. Déterminer la somme de tous les nombres entre 1 et 1000 qui admettent exactement 7 diviseurs.

Exercice 10. Un carré $ABCD$ a une aire égale à $4\sqrt{3}$. Ses quatre sommets sont situés sur un cercle Γ . On suppose que le cercle Γ est tangent aux trois côtés $[MN]$, $[NP]$ et $[PM]$ d'un triangle équilatéral MNP . Déterminer l'aire du triangle MNP .

Exercice 11. Soit ABC un triangle rectangle dont l'hypoténuse BC mesure 4cm. La tangente en A au cercle circonscrit à ABC rencontre la droite (BC) au point D . On suppose que $BA = BD$. Soit S l'aire de ACD , exprimée en centimètres carrés. Calculer S^2 .

Exercice 12. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 156$ et $AC = 65$. On note H le pied de la hauteur issue de A . Déterminer la valeur de AH .