



collège

stage olympique de Montpellier

19 - 29 août 2013

**test de sélection
du 4 juin 2013**

Durée : 3 heures.

- *Vous devez démontrer tout ce que vous affirmez.* *N'hésitez pas à écrire les idées de démonstration que vous avez : même si la démonstration est incomplète, une idée juste peut faire gagner des points.*
- *Aucun document n'est autorisé, pas même les calculatrices.*
- *Important :* *chaque exercice sera corrigé par un correcteur différent. Ne faites jamais deux exercices différents sur une même feuille. Et n'oubliez pas d'écrire sur chaque feuille vos nom, prénom et classe (1^{ère}, 2^e, 3^e, 4^e...).*
- *Pour faciliter la correction (chaque correcteur corrige un exercice), les exercices destinés aux élèves de première sont numérotés de 3 à 6, ceux destinés aux élèves de seconde, de 2 à 5 et ceux destinés aux élèves de collège, de 1 à 4.*

Exercice 1

Trouver tous les quadruplets d'entiers strictement positifs (a, b, c, d) tels que $a + b + c + d = 2013$ et tels que chacun des nombres a, b, c, d divise 2013.

Exercice 2

Est-il possible découper un carré en neuf carrés et d'en colorer un en blanc, trois en gris et les cinq restants en noir de sorte que des carrés de couleur identique soient de même taille et des carrés de couleurs différentes aient des tailles différentes?

Exercice 3

Soit $ABCD$ un losange. Soit K un point de la droite (CD) , autre que C et D , tel que $AD = BK$. Soit P le point d'intersection de la droite (BD) avec la médiatrice de $[BC]$. Prouver que les points A, K et P sont alignés.

Exercice 4

Les dénominateurs de deux fractions irréductibles sont 600 et 700. Quelle est la plus petite valeur possible du dénominateur de leur somme (lorsqu'on l'écrit comme fraction irréductible) ?