



première

stage olympique de Montpellier

19 - 29 août 2013

**test de sélection
du 4 juin 2013**

Durée : 4 heures.

- *Vous devez démontrer tout ce que vous affirmez.* N'hésitez pas à écrire les idées de démonstration que vous avez : même si la démonstration est incomplète, une idée juste peut faire gagner des points.
- *Aucun document n'est autorisé, pas même les calculatrices.*
- *Important :* chaque exercice sera corrigé par un correcteur différent. Ne faites *jamais deux exercices différents sur une même feuille.* Et n'oubliez pas d'écrire *sur chaque feuille vos nom, prénom et classe* ($1^{ère}$, 2^e , 3^e , 4^e ...).
- *Pour faciliter la correction (chaque correcteur corrige un exercice), les exercices destinés aux élèves de première sont numérotés de 3 à 6, ceux destinés aux élèves de seconde, de 2 à 5 et ceux destinés aux élèves de collège, de 1 à 4.*

Exercice 3

Soit $ABCD$ un losange. Soit K un point de la droite (CD) , autre que C et D , tel que $AD = BK$. Soit P le point d'intersection de la droite (BD) avec la médiatrice de $[BC]$. Prouver que les points A , K et P sont alignés.

Exercice 4

Les dénominateurs de deux fractions irréductibles sont 600 et 700. Quelle est la plus petite valeur possible du dénominateur de leur somme (lorsqu'on l'écrit comme fraction irréductible) ?

Exercice 5

Soient m , n des entiers strictement positifs. Un pion appelé (m, n) -condylure se déplace sur un tableau comportant une infinité de lignes (une infinité vers la gauche ainsi que vers la droite) et de colonnes (une infinité vers le haut ainsi que vers le bas). À chaque coup, le condylure se déplace de m cases dans une direction (horizontale ou verticale) et de n cases dans la direction perpendiculaire. Le cheval du jeu d'échecs est donc un $(2, 1)$ -condylure.

Pour quelles valeurs de m et de n peut-on colorier les cases de ce tableau en bleu et en rouge de sorte qu'à chaque coup, la case sur laquelle se trouve le condylure change de couleur ?

Exercice 6

Le code secret du coffre fort d'Animath est composé de 7 chiffres tous différents. Le coffre fort s'ouvre lorsqu'on compose une suite de 7 chiffres si les deux conditions suivantes sont respectées :

- les 7 chiffres sont tous différents,
- au moins l'un des 7 chiffres est à la bonne place.

- a) Est-il possible d'ouvrir le coffre en au plus 6 essais ?
- b) Quel est le nombre minimal d'essais pour pouvoir ouvrir le coffre, quel que soit le code secret ?