



collège

**stage olympique de Grésillon
25 août – 1^{er} septembre 2011**

test de sélection du 7 juin 2011

Durée : 3 heures.

- *Vous devez démontrer ce que vous affirmez. N'hésitez pas à écrire les idées de démonstration que vous avez : même si la démonstration est incomplète, une idée juste peut faire gagner des points.*
- *Aucun document n'est autorisé, pas même les calculatrices.*
- **Important** : *chaque exercice sera corrigé par un correcteur différent. Ne faites **jamais deux exercices différents sur une même feuille**. Et n'oubliez pas d'écrire **sur chaque feuille vos nom, prénom et classe** (1^{ère}, 2^e, 3^e, 4^e...).*
- *Pour faciliter la correction (chaque correcteur corrige un exercice), les exercices destinés aux élèves de première sont numérotés de 3 à 6, ceux destinés aux élèves de seconde, de 2 à 5 et ceux destinés aux élèves de collège, de 1 à 4.*

Exercice 1

Sept personnes dînent chaque samedi soir autour d'une table ronde.

Combien de fois est-il possible d'aller dîner si chacun veut avoir deux nouveaux voisins à chaque fois ?

Quel est le résultat pour huit personnes ?

Exercice 2

Dans un jeu, un entier strictement positif n peut être remplacé par l'entier ab si $n = a+b$, avec des entiers strictement positifs a et b .

Peut-on obtenir le nombre 2011 en commençant par $n = 5$?

Exercice 3

Soit ABC un triangle ayant trois angles aigus, et soit O le centre de son cercle circonscrit Γ . Les droites (AO) , (BO) , (CO) rencontrent Γ une seconde fois en A' , B' , C' respectivement. Démontrer que l'aire de l'hexagone $AC'BA'CB'$ est deux fois plus grande que l'aire du triangle ABC .

Exercice 4

Un paysan possède un pré carré de 33 m de côté, clôturé sur tout son périmètre. Il désire le partager en trois parcelles de même aire. Un tel partage est-il possible avec :

- a) au plus 55 m de clôture ?
- b) au plus 54 m de clôture ?