stage olympique de Grésillon
25 août – 1er septembre 2011

première

test de sélection du 7 juin 2011

Durée : 3 heures.

- *Vous devez démontrer ce que vous affirmez. N'hésitez pas à écrire les idées de démonstration que vous avez : même si la démonstration est incomplète, une idée juste peut faire gagner des points.*
- *Aucun document n'est autorisé, pas même les calculatrices.*
- ***Important** : chaque exercice sera corrigé par un correcteur différent. Ne faites **jamais deux exercices différents sur une même feuille**. Et n'oubliez pas d'écrire **sur chaque feuille vos nom, prénom et classe** (1ère. 2e, 3e, 4e ...).*
- *Pour faciliter la correction (chaque correcteur corrige un exercice), les exercices destinés aux élèves de première sont numérotés de 3 à 6, ceux destinés aux élèves de seconde, de 2 à 5 et ceux destinés aux élèves de collège, de 1 à 4.*

Exercice 3

Soit ABC un triangle ayant trois angles aigus, et soit O le centre de son cercle circonscrit Γ. Les droites (AO), (BO), (CO) rencontrent Γ une seconde fois en A', B', C' respectivement. Démontrer que l'aire de l'hexagone $AC'BA'CB'$ est deux fois plus grande que l'aire du triangle ABC.

Exercice 4

Un paysan possède un pré carré de 33 m de côté, clôturé sur tout son périmètre. Il désire le partager en trois parcelles de même aire. Un tel partage est-il possible avec :

a) au plus 55 m de clôture ?
b) au plus 54 m de clôture ?
c)

Exercice 5

Dix-sept personnes dînent chaque samedi soir autour d'une table ronde.
Combien de fois est-il possible d'aller dîner si chacun veut avoir deux nouveaux voisins à chaque fois ?
Quel est le résultat pour dix-huit personnes ?

Exercice 6

Soient p et q deux nombres réels tels que l'équation du second degré : $x^2 + px + q = 0$ admette deux racines réelles distinctes u et v ($u > v$). On modifie légèrement les coefficients p et q, de moins de 0,01, et on suppose que l'équation modifiée : $x^2 + p'x + q' = 0$ (où : $|p' - p| < 0{,}01$ et $|q' - q| < 0{,}01$) admet elle aussi deux racines réelles distinctes, u' et v' ($u' > v'$). Existe-t-il de telles valeurs de p, q, p', q' pour lesquelles $|u' - u| > 10\,000$?