

Eliminatoires test de rentrée OFM 2015

Questionnaire collégiens

Les exercices ne sont pas classés par ordre de difficulté. Il n'est pas nécessaire de trouver toutes les bonnes réponses pour se qualifier.

Exercice 1. Calculer $\left(\frac{1+3^2}{\sqrt{21+\sqrt{16}}}\right)^5$.

Exercice 2. On définit $a_n = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$. Ainsi, $a_1 = 1 - \frac{1}{3}$ et $a_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$. Soit $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$. Calculer $201 \times S$.

Exercice 3. Soit a un nombre réel tel que $(a-1)(a-2)(a-3) + a^2(6-a) = 0$. Calculer $11a$.

Exercice 4. On donne 20 points du plan tels que trois quelconques d'entre eux ne sont pas alignés. Combien peut-on former de droites passant par deux de ces points ?

Exercice 5. Il y a 2 manières de placer deux dominos identiques 1×2 afin de recouvrir un échiquier 2×2 : soit en les plaçant tous les deux horizontalement, soit en les plaçant tous les deux verticalement.

De combien de manières peut-on recouvrir un échiquier 2×11 avec 11 dominos identiques 1×2 ?

Exercice 6. Les mots de la langue ababaa sont les successions de caractères "a" ou "b" tels que toute lettre "b" soit suivie d'un "a". Déterminer le nombre de mots à 6 lettres de la langue ababaa.

Exercice 7. Déterminer le plus petit entier divisible par 6, 35 et 28.

Exercice 8. Déterminer la somme de tous les entiers *relatifs* a tels que $a^2 - 82a$ soit un nombre premier.

Exercice 9. Toto a écrit $5 + \frac{a}{b} = \frac{5a}{b}$. Quel est le nombre de couples d'entiers (a, b) , avec $1 \leq a \leq 1000$, tels que l'égalité de Toto est vraie ?

Exercice 10. Soit $ABCD$ un carré. Soient E, F, G, H les milieux de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$. Soient I, J, K, L les milieux de $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[HE]$. On suppose que $AB = 16$. Déterminer l'aire de $IJKL$.

Exercice 11. Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC} = 48^\circ$ et $\widehat{CBA} = 17^\circ$. La bissectrice de l'angle \widehat{BAC} coupe le segment $[BC]$ au point D . Déterminer la valeur en degrés de l'angle \widehat{CDA} .

Exercice 12. Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $\widehat{CBA} = 61^\circ$. Soit E le point, autre que A , situé sur le cercle circonscrit à ABC tel que $EB = EC$. Soit D le point autre que A tel que $DB = DC = AB$.

Déterminer la valeur en degrés de l'angle \widehat{BED} .