

Eliminatoires de la coupe Animath de printemps 2018

Questionnaire collégiens

Les exercices ne sont pas classés par ordre de difficulté. Il suffit de trouver 7 bonnes réponses sur 12 pour se qualifier. Plusieurs essais sont possibles. Pour le premier essai, il faut s'inscrire sur le site, et pour les fois suivantes il suffit de se reconnecter au moyen du code qui s'affiche lors de la première connexion.

N.B. L'inscription à la coupe Animath de printemps 2018 est indépendante de l'inscription aux coupes Animath passées.

Exercice 1. Soient a et b des entiers tels que $(1+\sqrt{3})(a+b\sqrt{7}) = 10+10\sqrt{3}+11\sqrt{7}+11\sqrt{21}$. Déterminer $a + b$.

Exercice 2. Quel nombre x est solution de l'équation $\frac{20}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{x}} = 25$?

Exercice 3. Combien existe-t-il de nombres entiers positifs tels que la somme de leurs chiffres soit 2018 et le produit de leurs chiffres soit 2 ?

Exercice 4. Dans un triangle, le plus grand angle est le triple du plus petit, et l'angle du milieu surpasse de 10 degrés le plus petit. Déterminer la valeur en degrés du plus petit angle de ce triangle.

Exercice 5. Combien d'entiers n , avec $1 \leq n \leq 100$, sont tels que n^n est le carré d'un nombre entier ?

Exercice 6. Sofia dépose des grains de riz sur les cases d'un échiquier 8×8 de telle sorte qu'il y ait au plus un grain de riz sur chacune des 64 cases. Déterminer le nombre maximum de grains de riz qu'elle peut placer de la sorte sans qu'il n'y ait pas plus de 4 grains de riz sur une même ligne, sur une même colonne ou sur une même diagonale.

Exercice 7. Soit $ABCD$ un trapèze isocèle : $(AB) \parallel (CD)$ et $AD = BC$. Soit M le milieu de $[AD]$. On suppose que $AM = 1$ et que le triangle BMC est rectangle en M . Quel est le périmètre du trapèze $ABCD$?

Exercice 8. Un libraire a reçu 13 nouveaux livres mais il ne peut en placer que 4 dans sa vitrine. Combien a-t-il de possibilités pour remplir sa vitrine ?

Exercice 9. Soient x , y et z trois nombres tels que $x - y = 3$ et $y - z = 7$. Combien vaut $x - z$?

Exercice 10. Soit d le nombre de diviseurs positifs de 2018^{2018} . Combien vaut $\frac{d}{2019}$?

Exercice 11. On dit que les droites d'un plan sont dans une position générale s'il n'y a pas de droites parallèles, et s'il n'existe pas de triplets de droites concourantes. En combien de secteurs 100 droites en position générale partagent-elles le plan ?

Exercice 12. Soient \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 deux cercles disjoints (c'est-à-dire sans point en commun) de rayon 3 et 9 respectivement. Soit A le centre de \mathcal{C}_1 et B celui de \mathcal{C}_2 . Une tangente intérieure commune aux deux cercles coupe \mathcal{C}_1 en C et \mathcal{C}_2 en D . On note E l'intersection de (AB) et (CD) . Supposons que $AE = 5$. Combien vaut CD ?