

# TEST DE SELECTION

## Stage olympique de Grésillon 2009

**Jeudi 4 juin 2009**

**première**

**Durée : 3 heures**

*Aucun document ni calculatrice n'est autorisé.  
Utilisez des copies distinctes pour des exercices distincts,  
et écrivez vos nom, prénom et classe sur chaque copie.*

### Exercice 3

- On considère 11 nombres distincts à deux chiffres. Prouver qu'on peut toujours en choisir deux d'entre eux qui aient des chiffres des unités distincts, et des chiffres des dizaines distincts.
- On considère 41 nombres distincts à deux chiffres. Prouver qu'on peut toujours en choisir cinq d'entre eux tels que deux quelconques parmi ces cinq aient des chiffres des unités distincts, et des chiffres des dizaines distincts.

### Exercice 4

Lors de la soirée du nouvel an chez mes grands parents, chaque convive a serré la main d'exactly 7 autres, et a fait la bise à tous les autres. Montrer que le nombre de convives était pair.

### Exercice 5

Quatre pièces de monnaie, à savoir 2 €, 1€, 2 centimes et 1 centime sont sur une table sans chevauchement. La pièce de 2 € touche la pièce de 1 € en A, la pièce de 1 € touche la pièce de 2 centimes en B, la pièce de 2 centimes touche la pièce de 1 centime en C et la pièce de 1 centime touche la pièce de 2 € en D. Montrer que :  $\hat{ABC} + \hat{CDA} = 180^\circ$

### Exercice 6

Soient  $x$  et  $y$  des nombres réels strictement positifs, avec  $0 < x < y$ . On pose :

$$H = \frac{2xy}{x+y} \quad G = \sqrt{xy} \quad A = \frac{x+y}{2} \quad Q = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$$

Montrer que :

- $0 < G - H$
- $Q + G < 2A$
- $G - H < Q - A$

(soit en définitive :  $0 < G - H < Q - A < A - G$ ).

# TEST DE SELECTION

## Stage olympique de Grésillon 2009

Jeudi 4 juin 2009

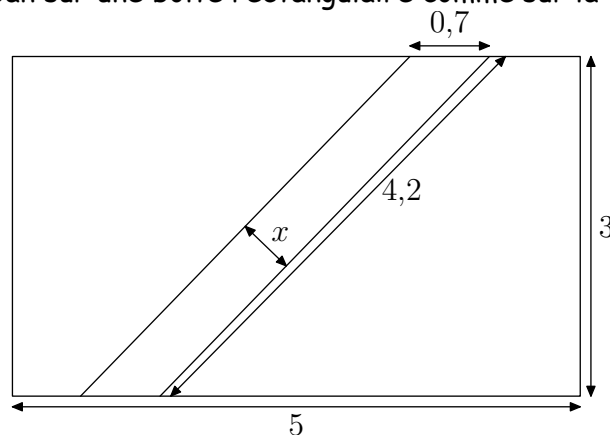
seconde

Durée : 3 heures

*Aucun document ni calculatrice n'est autorisé.  
Utilisez des copies distinctes pour des exercices distincts,  
et écrivez vos nom, prénom et classe sur chaque copie.*

### Exercice 2

On a tendu un ruban sur une boîte rectangulaire comme sur la figure ci-dessous :



Calculer la largeur  $x$  du ruban.

### Exercice 3

- On considère 11 nombres distincts à deux chiffres. Prouver qu'on peut toujours en choisir deux d'entre eux qui aient des chiffres des unités distincts, et des chiffres des dizaines distincts.
- On considère 41 nombres distincts à deux chiffres. Prouver qu'on peut toujours en choisir cinq d'entre eux tels que deux quelconques parmi ces cinq aient des chiffres des unités distincts, et des chiffres des dizaines distincts.

### Exercice 4

Lors de la soirée du nouvel an chez mes grands parents, chaque convive a serré la main d'exactly 7 autres, et a fait la bise à tous les autres. Montrer que le nombre de convives était pair.

### Exercice 5

Quatre pièces de monnaie, à savoir 2 €, 1€, 2 centimes et 1 centime sont sur une table sans chevauchement. La pièce de 2 € touche la pièce de 1 € en A, la pièce de 1 € touche la pièce de 2 centimes en B, la pièce de 2 centimes touche la pièce de 1 centime en C et la pièce de 1 centime touche la pièce de 2 € en D. Montrer que :  $\hat{A}BC + \hat{C}DA = 180^\circ$